Durée 45 minutes
L'usage des calculatrices est interdit

Nom :	**Prénom :**	**Note : /20**

1. Soient le repère orthonormé cartésien $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ associé à la base $\mathcal{B}$ et le repère cylindrique $\mathcal{R}_{cyl}(O, \mathcal{B}_{cyl})$ associé à la base orthonormée $\mathcal{B}_{cyl}(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$. Un point M est mobile par rapport au référentiel $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Sa position est repérée par les coordonnées cartésiennes (x, y, z) ou par les coordonnées cylindriques (ρ, φ, z) suivant la base choisie.
   (a) Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ dans $\mathcal{B}$.

   (b) Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ dans B_{cyl}.

   (c) Calculer la vitesse du point M par rapport au référentiel cartésien $\mathcal{R}$: $\left[\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right]_{\mathcal{R}}$. Exprimer le résultat dans $\mathcal{B}$ et dans $\mathcal{B}_{cyl}$.

(d) Calculer la vitesse du point M par rapport au référentiel cylindrique $\mathcal{R}_{cyl}$: $\left[\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right]_{\mathcal{R}_{cyl}}$.
Exprimer le résultat dans $\mathcal{B}$ et dans $\mathcal{B}_{cyl}$.

Questions de cours

Soient deux repères $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ et $\mathcal{R}'(O', \vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_{z'})$. $\mathcal{R}'$ est en mouvement par rapport à $\mathcal{R}$ suivant un mouvement de translation défini par $\vec{v}(O'/\mathcal{R})$ et un mouvement de rotation défini par $\vec{\Omega}(\mathcal{R}'/\mathcal{R})$. On étudie le mouvement d'un point M dont les coordonnées sont (x', y', z') dans $\mathcal{R}'$ et (x, y, z) dans $\mathcal{R}$.

2. Donner la définition de la vitesse du point M dans le référentiel $\mathcal{R}$ puis dans le référentiel $\mathcal{R}'$.

3. Établir la relation entre $\vec{v}(M/\mathcal{R})$, $\left[\frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right]_{\mathcal{R}}$ et $\vec{v}(O'/\mathcal{R})$.

4. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{O'M}$ dans $\mathcal{R}'$, puis calculer $\left[\frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right]_{\mathcal{R}}$ en fonction de $\vec{v}(M/\mathcal{R}')$, $\vec{\Omega}(\mathcal{R}'/\mathcal{R})$ et $\overrightarrow{O'M}$.

5. En déduire la loi de composition des vitesses qui lie $\vec{v}(M/\mathcal{R})$, $\vec{v}(M/\mathcal{R}')$, $\vec{v}(O'/\mathcal{R})$, $\vec{\Omega}(\mathcal{R}'/\mathcal{R})$ et $\overrightarrow{O'M}$

6. Énoncer, sans démonstration, la définition de l'accélération d'entraînement $\overrightarrow{a}_e(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$ d'un point M par rapport à $\mathcal{R}$.

7. Énoncer, sans démonstration, la définition de l'accélération de Coriolis $\overrightarrow{a}_c(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$ d'un point M par rapport à $\mathcal{R}$.